

## Hauteur d'un arbre

Le but de l'atelier est de déterminer la hauteur d'un arbre en utilisant un miroir horizontal à la manière des

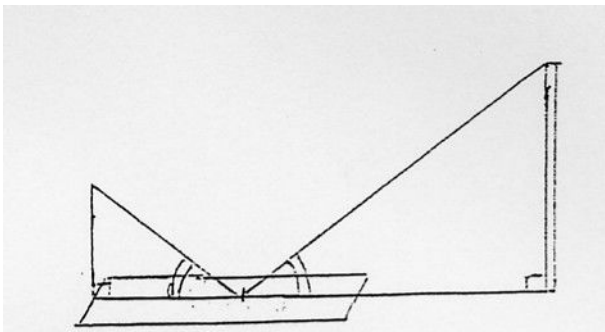
« arpenteurs » du 17<sup>ème</sup> siècle.

Apportez votre décimètre.

### Sur le terrain :

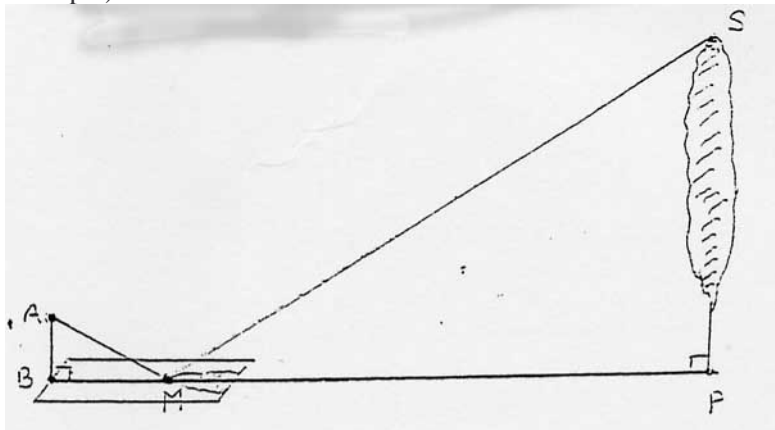
Un miroir réfléchit un rayon lumineux (c'est-à-dire une image) en formant 2 angles égaux comme l'indique la figure ci-dessous.

La ficelle reliant le sommet du piquet, le miroir et la graduation illustre cette propriété.



Visez le sommet de l'arbre (comme expliqué) et déterminez la distance AB à l'aide de la graduation.

P correspond au pied de l'arbre. Mesurez les distances BM et MP (avec le décimètre par exemple).



## 6<sup>ème</sup> – 5<sup>ème</sup>

### Dans la salle de travail :

1. A partir de ces mesures, faites un plan sur une feuille (avec les points A, B, M, P et S) à l'échelle  $\frac{1}{200}$  (c'est-à-dire en divisant les distances sur le terrain par 200) . Cette feuille sera jointe à la feuille réponse.
2. Sur ce plan, mesurez la distance SP. Calculez alors la hauteur de l'arbre.

Vous devez rendre la feuille réponse et la feuille avec le plan à l'échelle (notez votre classe et le nom de votre collègue).

### Feuille réponse

a) Indiquez vos mesures sur le terrain :

AB = .....m

BM = .....m, MP = .....m

b) Distance SP sur le dessin =.....

c) Hauteur de l'arbre : .....m

### N'oubliez pas de joindre votre plan

### Réponses

a) Indiquez vos mesures sur le terrain :

AB = **0,32** m

BM = **0,75** m MP = **21,4** m

b) Distance SP sur le dessin = **4,5** cm

c) Hauteur de l'arbre : **9** m

## 4<sup>ème</sup>

### Dans la salle de travail :

Calculez alors la hauteur de l'arbre ; pour cela vous pouvez déterminer par calcul la distance AM, puis la mesure de  $\hat{AMB}$  (utilisez les cosinus), puis MS et SP. (détaillez ces calculs sur la feuille réponse).

### Feuille réponse

a) Indiquez vos mesures sur le terrain :

AB = .....m

BM = .....m ; MP = .....m

b) Hauteur de l'arbre : .....m

Présentez ici les calculs que vous avez effectués pour trouver cette hauteur (expliquer) .

## Réponses

a) Indiquez vos mesures sur le terrain :

$$AB = 0,32 \text{ m}$$

$$BM = 0,75\text{m} ; MP = 21,4 \text{ m}$$

b) Hauteur de l'arbre : 9,8 m

Présentez ici les calculs que vous avez effectués pour trouver cette hauteur (expliquer) .

le triangle ABM est rectangle donc d'après le théorème de Pythagore

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 = 0,32^2 + 0,75^2 = 0,6649 \text{ donc } AM = \sqrt{0,6649} \approx 0,815$$

$$\cos \widehat{AMB} = BM/AM = 0,75/0,815 \text{ donc } \widehat{AMB} \approx 23,1^\circ \text{ donc } \widehat{SMP} \approx 23,1^\circ$$

Dans le triangle rectangle MSP

$$\cos \widehat{SMP} = MP/MS \text{ donc } \cos 23,1^\circ = 21,4/MS \text{ donc } MS = 21,4/\cos 23,1^\circ = 23,27 \text{ m}$$

D'après le théorème de Pythagore  $SP^2 = SM^2 - MP^2 = 23,27^2 - 21,4^2 = 83,53$

$$\text{donc } SP = \sqrt{83,53} \approx 9,14 \text{ m}$$

## 3ème

1. Calculez alors la hauteur de l'arbre ; pour cela vous pouvez déterminer la mesure de  $\widehat{AMB}$  puis SP. (détaillez ces calculs sur la feuille réponse).

2. Le but de cette question est de donner une formule permettant de calculer directement la distance SP connaissant les distances AB, BM, MP.

Pour cela :

$$\text{Dans le triangle rectangle ABM, } \tan \widehat{AMB} = \frac{?}{?}$$

$$\text{Dans le triangle rectangle SPM, } \tan \widehat{SMP} = \frac{?}{?}$$

De plus  $\widehat{AMB} = \widehat{SMP}$  ; en déduire une relation exprimant SP en fonction des distances AB, BM, MP.

Vous pourrez vérifier votre résultat sur la hauteur de l'arbre avec la formule.

## Feuille réponse

a) Indiquez vos mesures sur le terrain :

$$AB = .....m$$

$$BM = .....m ; MP = .....m$$

b) Hauteur de l'arbre : .....m

Présentez ici les calculs que vous avez effectués pour trouver cette hauteur (expliquer) .

c) Formule permettant de calculer directement la distance SP

Dans le triangle rectangle ABM,  $\tan \widehat{AMB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

Dans le triangle rectangle SPM,  $\tan \widehat{SMP} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

De plus  $\widehat{AMB} = \widehat{SMP}$  ; on en déduit : SP =

## Réponses

a) Indiquez vos mesures sur le terrain :

AB = 0,32 m

BM = 0,75m ; MP = 21,4 m

b) hauteur de l'arbre : **9,13 m**

Dans le triangle rectangle AMB :  $\tan \widehat{AMB} = AB/BM = 0,32/0,75$  donc  $\widehat{AMB} \approx 23,1^\circ$   
donc  $\widehat{SMP} \approx 23,1^\circ$

Dans le triangle rectangle SPM :  $\tan \widehat{SMP} = SP/MP$  donc  $\tan 23,1^\circ = SP/21,4$   
donc  $SP = 21,4 \times \tan 23,1^\circ \approx 9,13$  m

c) Formule permettant de calculer directement la distance SP

Dans le triangle rectangle ABM,  $\tan \widehat{AMB} = AB / BM$

Dans le triangle rectangle SPM,  $\tan \widehat{SMP} = SP / MP$

De plus  $\widehat{AMB} = \widehat{SMP}$  ; on en déduit :  $SP = MP \times AB / BM$

Vérification  $SP = 21,4 \times 0,32 / 0,75 \approx 9,13$  m

