Rallye mathématique de la Sarthe 2002/2003

Atelier n° 7 : 6-5 encore du sable !
4-3 sable et sablier

6-5

- Le but de votre première expérience sera de connaître la masse volumique du sable qui est à votre disposition.

La masse volumique du sable c'est, par exemple, la masse (en grammes) de 1 cm^3 de ce sable.

Vous devez d'abord réfléchir à la façon de fabriquer un solide capable de contenir un volume « raisonnable* » et facile à évaluer, de sable. Fabriquez ce solide avec le carton qui est mis à votre disposition. Vous le remplissez de sable et vous venez le peser avec une balance de Roberval et des masses marquées. Vous déduisez la masse volumique en g/cm^3.

- Connaissant cette masse volumique vous pouvez réaliser une expérience simple qui vous permettra de connaître le volume du récipient qui vous a été donné.

Il vous faut expliquer rapidement votre méthode. Ce volume devra être exprimé en m^3 puis en litres.

- *Il ne doit être ni trop grand ni trop petit*

Feuille réponse

1. Quel solide avez-vous fabriqué ? ……

Quelles sont ses dimensions ? ……

Quel volume de sable avez-vous mesuré ? ……

Quelle est la masse de ce sable ? ……..

La masse volumique de ce sable est donc …… g / cm^3.

2. Décrire votre deuxième expérience:

……..

……..

……..

……..

Le volume de votre récipient est …… cm^3 = …….. litres

Réponses attendues et justification rapide :

1. Quel solide avez-vous fabriqué ? Le plu simple est un cube sans couvercle ; mais on peut faire un pavé droit.

Quelles sont ses dimensions ? pour être « raisonnable », on peut faire un cube ayant entre 5 et 10cm d'arête. Trop grand, il contiendra trop de sable et sera peu solide ; trop petit on risque des mesures imprécises.

Quel volume de sable avez-vous mesuré ? par exemple : si c'est un cube d'arête 6cm, le volume mesuré est 6^3=216cm^3

Quelle est la masse de ce sable ? par exemple 305 grammes dans le cube précédent.

La masse volumique de ce sable est donc 305 :216 soit environ 1,41 g / cm^3.

2. Décrire votre deuxième expérience:
Il suffit de peser le récipient vide puis plein de sable ; faire la différence pour connaître la masse M de sable (en grammes) puis de calculer M :1,41

4-3

Vous devez vous rendre au stand de l'atelier 7 où les consignes vous seront données et le matériel distribué.

Il s'agit d'observer une expérience réalisée devant vous, la décrire, la modéliser et effectuer quelques calculs :

1. Observer un tas de sable puis don écoulement par un trou pratiquer au centre de la base. Observer la situation quand le sable s'arrête de couler.

2. Décrirez ce que vous avez vu.

3. Expliquer et compléter un schéma en coupe.

4. Utiliser ce schéma pour calculer le volume de sable qui s'est écoulé.

En déduire le volume du sablier.

LA GEOMETRIE DES TAS DE SABLE

- Observez attentivement les tas de sable qui sont devant vous. Vous allez constater que, quel que soit le type de sable et quelle que soit la taille du tas, l'angle que fait le sable avec l'horizontale est un angle –presque- constant : on l'appelle « angle de talus » et on le notera α dans tout le travail qui va suivre.

En utilisant les photos de la page suivante vous allez pouvoir mesurer cet angle de talus. Sur les 9 tas qui sont photographiés vous constaterez sans doute des petites variations d'angle ; il vous faudra donc faire la moyenne de ces mesures.

Vous pouvez en déduire le volume du tas de sable avant son écoulement

- Quand le sable s'écoule, il s'arrête dès qu'il fait avec l'horizontale un angle égal à α.

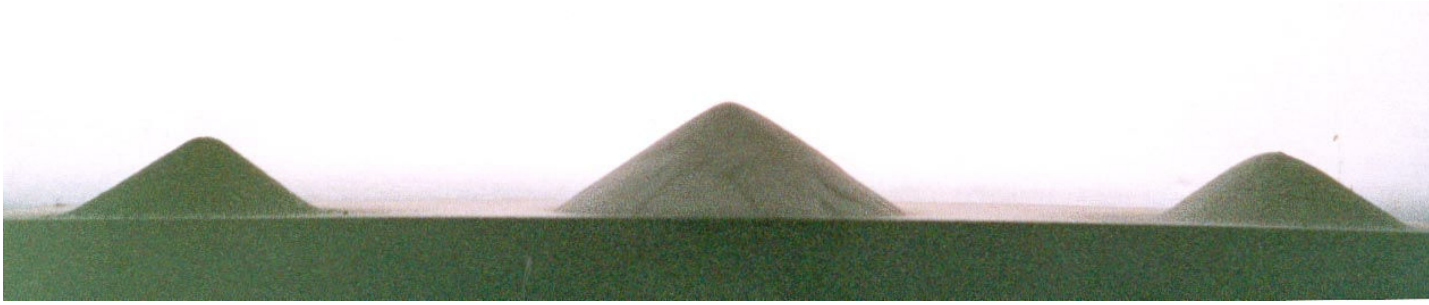
On a fait s'écouler le sable par un trou situé exactement au centre du tas de départ. Le sable s'est écoulé. Observez : vous devez décrire la forme obtenue en employant les mots de la géométrie.

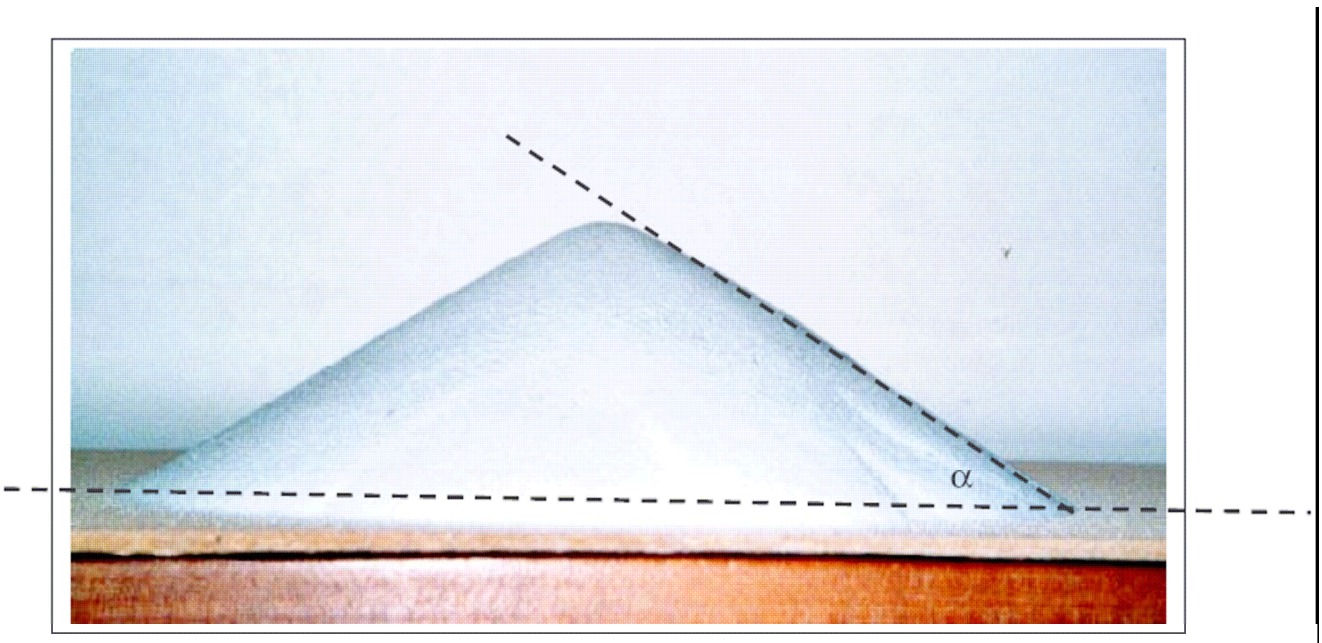
Il vous faut ensuite dessiner la coupe de ce qui reste du tas selon un plan qui passe par le centre du tas (le trou par lequel le sable a coulé).

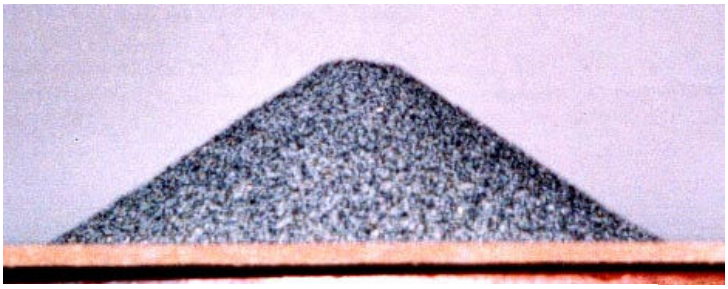
Par un raisonnement géométrique simple, vous pouvez déduire la hauteur de ce qui reste du tas et le volume du tas qui s'est formé dans la partie inférieure du sablier.

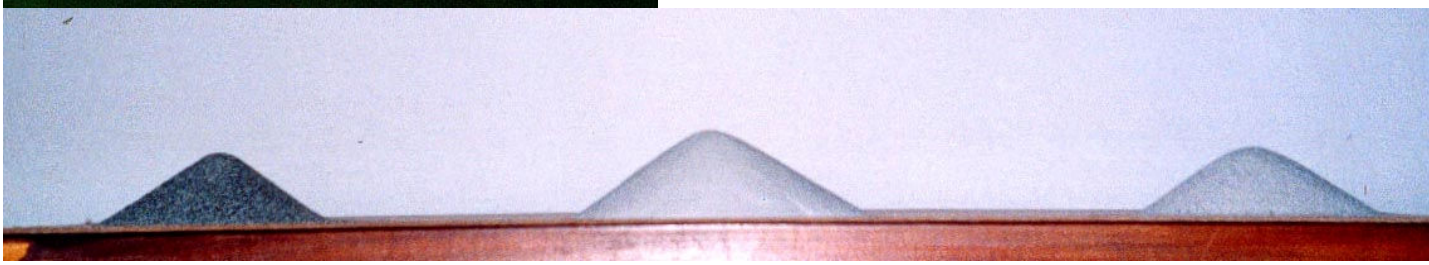
Rappel ou complément

Si deux cônes équiangles ont des longueurs dans le rapport k, leurs volumes sont dans le rapport k^3 .









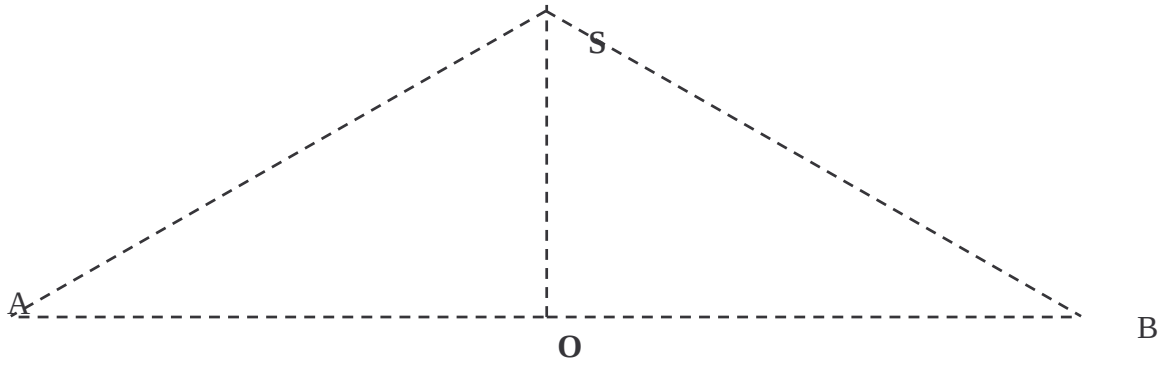
Feuille réponse :

1. Quelle la valeur moyenne de l'angle de talus ?

α =…..

2. Décrire la forme restant sur la partie supérieure du sablier après écoulement :

3. Le schéma ci-dessous représente la coupe du tas initial. Dessinez, sur ce même schéma et en traits pleins, la coupe de ce qui reste dans la partie supérieure du sablier ; indiquer les mesures connues et marquez les angles dont la mesure est α .



4. Calculer la hauteur h' du sable restant dans la partie supérieure et le volume V' du tas qui s'est formé dans la partie inférieure du sablier.

h' = ……

V' = ……

5. : Quel est le débit du sablier en m^3 / heure ?

…….. ……

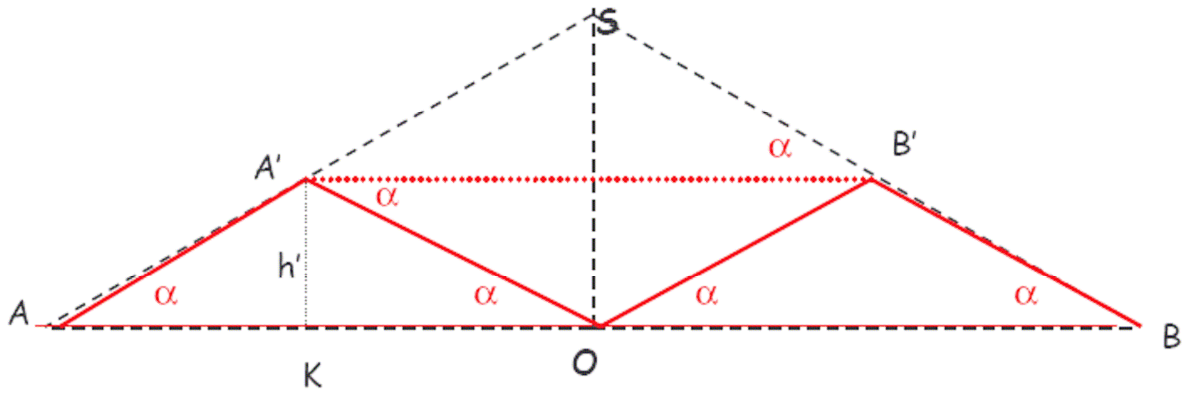
Résultats attendus et justification rapide….

1. Quelle la valeur moyenne de l'angle de talus

α : 32° à 33°.

2. Décrire la forme restant sur la partie supérieure du sablier après écoulement :

3. Un tronc de cône creusé d'un cône



4. Les triangles SA'B', OAA', OBB' et OA'B' sont tous identiques (égaux, superposables….). Dans ASO, A' est le milieu de [AS] et (AK) // ((OS) donc h' = $\frac{OS}{2}$.

Or OS = 26.tan 33 donc **h' = 13. tan 33 soit, environ, h' = 8,44 cm**

Le triangle SA'B' est une réduction de SAB à l'échelle $\frac{1}{2}$; le volume du petit cône (C') dont la coupe est SA'B' est donc 8 fois plus petit que le volume V du grand cône ©. De plus le volume qui s'est écoulé est le double de celui de (C') ; c'est-à-dire que V' = $\frac{V}{4}$.

Or $V = \frac{3{,}14x26x26x26xtan33}{3}$ donc **$V' = \frac{3{,}14x26x26x26xtan\ 33}{3x4}$**

Et V' est, environ, égal à 2987 cm^3.

5. Le sable a coulé pendant **31** minutes soit un débit de …**0,00578 m^3 / heure**

<u>Remarque</u> : pour les élèves de 4ème, on pouvait utiliser indifféremment le cosinus ou des mesures sur un schéma à l'échelle ¼. Un barème plus souple a été appliqué.