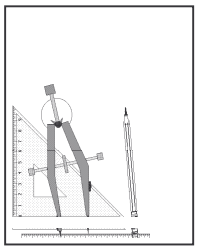


Rallye mathématique de la Sarthe 2004/2005

Jeudi 8 juin 2006

6 5 4 3

Finale : énoncé

Atelier n°4 : Le cerceau

A l'aide d'un instrument de mesure : le cerceau et d'une unité de mesure « le cerceau » qui correspond exactement au périmètre du cerceau que l'on vous fournira au stand, vous allez mesurer en « cerceaux » le périmètre de la pelouse située à l'entrée des Etangs Chauds.
Sur la feuille réponse, vous indiquerez

1. le diamètre du cerceau en cm,
2. la longueur en « cerceaux » du périmètre de la pelouse, arrondie au cerceau
3. la longueur en mètres, arrondie au mètre de cette pelouse.

Vous écrirez en quelques lignes la méthode utilisée .

Répondez aux questions suivantes :

1. Quelle serait la longueur en « cerceaux » d'un rond point circulaire de 5 m de rayon. Donner la valeur arrondie au $\frac{1}{10}$ de cerceau près

2. Un cerceau C tourne autour d'un autre cerceau C' fixe de même rayon, les deux cerceaux étant toujours dans le même plan.

   a. Quelle est la distance en « cerceaux » parcourue par le centre du cerceau C qui tourne ?
   b. Combien de tours autour de son centre ce cerceau C fait-il en tournant autour du cerceau immobile C' ?

Rallye mathématique de la Sarthe 2005/2006

Jeudi 8 juin 2006

6 5 4 3

Finale : Feuille réponse

Atelier n°4 : Le cerceau

Classe :
Collège :

Diamètre du cerceau :

Périmètre de la pelouse en cerceaux:

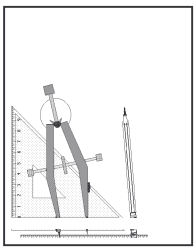
Périmètre de la pelouse en mètres:

Méthode utilisée

Périmètre du rond point en cerceaux:

Distance en cerceaux parcourue par le centre de cerceau C:

En tournant autour du cerceau fixe, le cerceau C a fait … tour(s) sur lui même



6 5 4 3

Rallye mathématique de la Sarthe 2005/2006

Jeudi 8 juin 2006

Finale CORRECTION

Atelier n°4 : Le cerceau

Diamètre du cerceau : 86 cm

Périmètre de la pelouse en cerceaux :51

Périmètre de la pelouse en mètres: 140

Méthode utilisée

Périmètre du rond point en cerceaux: 11,6

Distance en cerceaux parcourue par le centre de cerceau: 2

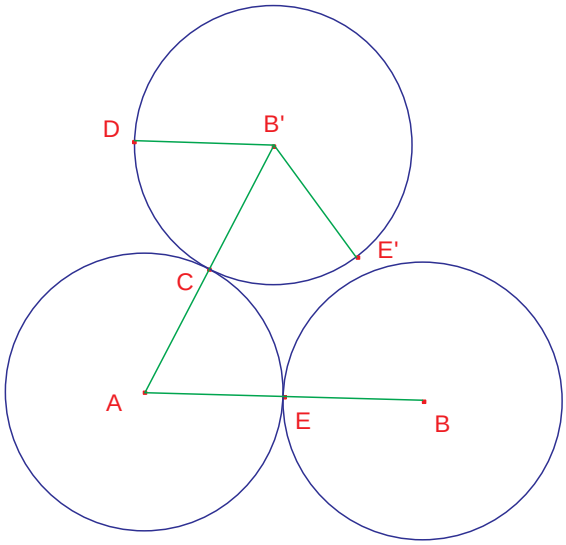
En tournant autour du cerceau fixe, le cerceau a fait 2 tours sur lui même.

Préliminaires

1) Supposons les roues dentées donc 1 dent pour 1 dent.
2) Que signifie tourner pour une roue ? (cela ne peut être que sur elle-même puisqu'elle est seule)
Supposons un bonhomme fixé sur la roue et prenons comme unité d'angle l'heure .
Si au départ il a la tête à 3h et à l'arrivée la tête à 7h, il a tourné de 4h.

Discussion

Nous avons maintenant 2 roues dentées : la roue A de centre A, fixe, et la roue B de centre B qui tourne autour de la roue A (1 dent pour 1 dent).
Il nous faut distinguer le nombre de tours du point B autour de la roue A du nombre de tours de la roue B sinon la roue B glisse et on n'a pas 1 dent pour 1 dent. d'où la nécessité de parler de nombre de tours de la roue B sur elle-même,
Examinons la figure



Au départ la roue A, fixe, et la roue B qui tourne autour de A ont un point commun E.
Elle tourne autour de A : le point B est arrivé en B’, le point E de la roue B est arrivé en E’.
On a donc $\widehat{CAE} = \widehat{CB'E'}$.
An départ le point E de la roue B est positionné à 9heures et à l’arrivée le point D occupe la même position, les droites (EB) et (DB’) étant parallèles, donc $\widehat{DB'C} = \widehat{CAE}$.
La roue B a tourné (sur elle-même) de l’angle $\widehat{DB'E'}$ et $\widehat{DB'E'} = \widehat{CAE} + \widehat{CB'E'}$
Lorsque la roue B fait 1 tour autour de A l’angle $\widehat{ECA}$ vaut 1 tour et l’angle $\widehat{CB'E'}$ vaut 1 tour puisque les 2 roues ont le même nombre de dents donc la roue B a fait 2 tours sur elle-même . (Ce que l’on constate en prenant 2 pièces de monnaie identiques, face visible pour celle qui tourne : le personnage effectue bien 2 tours sur lui même.)

Remarques :
1) Si la roue A a 2 fois plus de dents que la roue B , la roue B en tournant autour de A fait 3 tours sur elle-même. : le point B fait 1 tour autour de A et avec les dents la roue B fait 2 tours.
2) Si les roues A et B sont fixes on peut remarquer qu’il y a « conservation » du nombre total de tours : avec le cas précédent A fait 1 tour sur elle-même et B fait 2 tours sur elle-même.
3) On retrouve, en plus compliqué, ce même problème de tours avec les mouvements de la Terre autour du Soleil pour la définition d’une année : différence entre année sidérale et année tropique.