3

Rallye mathématique de la Sarthe 2009/2010

Vendredi 28 mai 2010

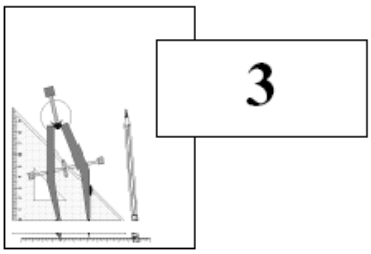
Finale : énoncé
Atelier n° 8
Football et angles

Feuille 1

La figure ci-dessous représente une partie d'un terrain de football.

Les points A et B sont les bases des 2 poteaux d'un but, les points J_1 et J_2 matérialisent les positions de 2 joueurs.

La longueur AB sur le plan correspond à une longueur de 4 m sur le terrain.



Rallye mathématique de la Sarthe 2009/2010

Vendredi 28 mai 2010

Finale : énoncé
Atelier n° 8
Football et angles

feuille 2

PARTIE A

Vous devez établir le lien entre le terrain de football de cet atelier et le plan de l'énoncé pour répondre aux questions suivantes :

1. Énoncer la couleur du plot (sur le terrain) correspondant au point J_1.
2. Mesurez sur le terrain à 2° près les angles (AJ_1B) et (AJ_2B).

PARTIE B

Les 2 joueurs J_1 et J_2 tirent au but. **On cherche à connaître le joueur qui a le plus de chance de marquer, c'est à dire de déterminer la situation où l'angle (AJB) est le plus grand !**

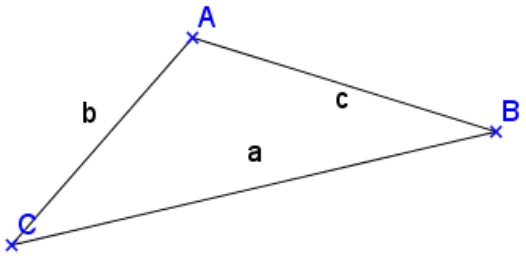
D'après vos mesures de la partie A, pouvez vous répondre à la question ?

PARTIE C

On se propose de calculer la mesure des angles AJ_1B et AJ_2B pour répondre plus précisément à la question.

Dans un triangle quelconque, la relation d'Al-Kashi permet d'écrire que

$$a^2 = b^2 + c^2 - (2bc)x(\cos(\hat{A})) \qquad (1)$$

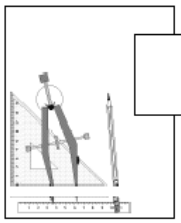


1. Justifiez que la relation (1) peut s'écrire :
   $\cos(A) = (b^2 + c^2 – a^2) / (2bc)$.
2. Dans le triangle AJ_1B, mesurez sur le terrain à 2 cm près les longueurs AB, AJ_1 et BJ_1.
3. En déduire une valeur de $\cos(AJ_1B)$ arrondie à 0,01 près puis une valeur de l'angle (AJ_1B) arrondi à 1° près.
4. Même question pour l'angle (AJ_2B).
5. D'après vos calculs, quel est le joueur qui a davantage de chance de marquer ?

PARTIE D

Tracer le cercle sur la feuille réponse passant par les points A, B et J_1.

1. Passe-t-il par J_2 ?
2. Cela confirme-t-il vos résultats précédents ? Justifiez votre réponse.



3

Rallye mathématique de la Sarthe 2009/2010

Vendredi 28 mai 2010

Finale : feuille réponse

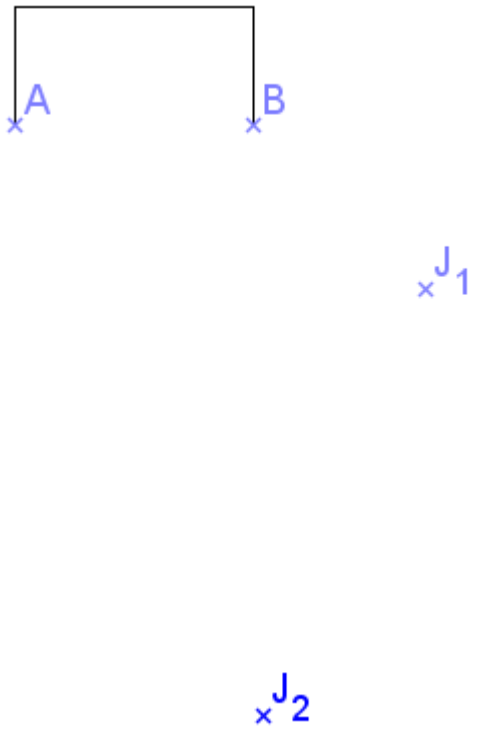
Atelier n° 8
Football et angles

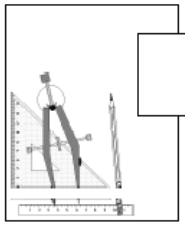
Classe :

Collège :

---

feuille 1





3

Rallye mathématique de la Sarthe 2009/2010

Vendredi 28 mai 2010

Finale : feuille réponse

Atelier n° 8
Football et angles

Classe :

Collège :

feuille 2

PARTIE A

1. La couleur du plot correspondant au point J_1 est.....

2. (AJ_1B) = ….....et (AJ_2B) =.....

PARTIE B

.....
.....
.....

PARTIE C

1. AB = …..... AJ_1 =..... BJ_1 =.....

2. Justifications
:.....
.....
.....
.....

3. cos(AJ_1B) = …....

   (AJ_1B) = ….....

4. cos(AJ_2B) = ….....

   (AJ_2B) = ….....

5. ….....
.....
.....

PARTIE D

1. ……....
.....
2. .....
.....

3

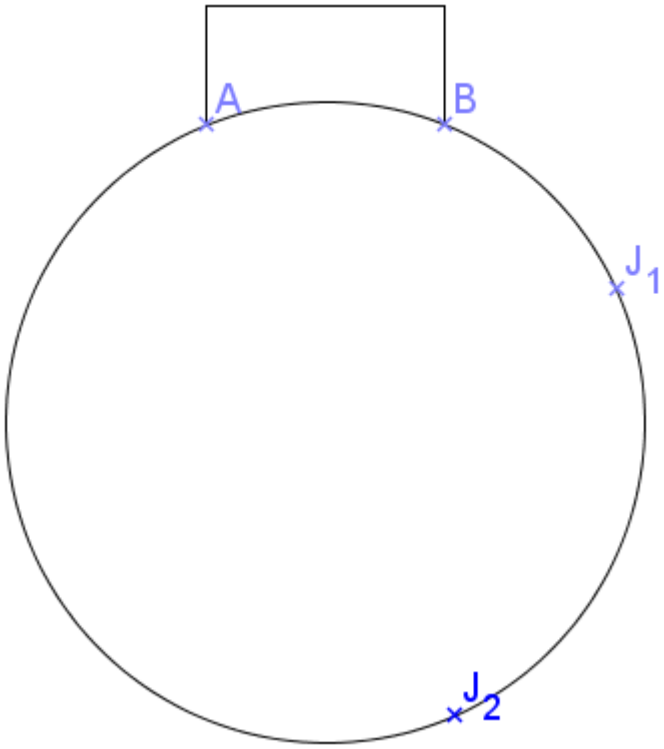
Rallye mathématique de la Sarthe 2009/2010

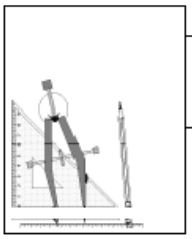
Vendredi 28 mai 2010

Finale CORRECTION

Atelier n° 8

Football et angles





3

Rallye mathématique de la Sarthe 2009/2010

Vendredi 28 mai 2010

Finale CORRECTION

Atelier n° 8

Football et angles

---

feuille 2

PARTIE A

1. La couleur du plot correspondant au point J_1 est BLEU

2. (AJ_1B) = 22°(+ ou – 2°) et (AJ_2B) = 22°(+ ou – 2 °)

PARTIE B

On ne peut pas répondre car il y a trop peu de différence entre les mesures.

PARTIE C

1. Justifications $a^2 = b^2 + c^2 - (2bc)\times\cos(\hat{A})$

   donc $(2bc)\times\cos(\hat{A}) = b^2 + c^2 - a^2$

   donc $\cos(\hat{A}) = (b^2 + c^2 - a^2)/(2bc)$

2. AB = 4 m AJ_1 = 7 m 41 BJ_1 = 3 m 98
3. $\cos(AJ_1B) = [(AJ_1)^2 + (BJ_1)^2 - (AB)^2] / [2(AJ_1)(BJ_1)]$

   $= (7{,}41^2 + 3{,}98^2 - 4^2) / (2\times7{,}41\times3.98)$

   $\approx 0{,}93$

   Donc $(AJ_1B) \approx 22°$

4. De même $\cos(AJ_2B) = [(AJ_2)^2 + (BJ_2)^2 - (AB)^2] / [2(AJ_2)(BJ_2)]$

   $=[(10{,}74)^2 + (9{,}9)^2 - 4^2] / (2\times10{,}74\times9.9)$

   $\approx 0{,}93$

   Donc $(AJ_2B) \approx 22°$

5. Les angles ont la même mesure donc les joueurs ont autant de chance de marquer …

PARTIE D

1. Le cercle semble passer par J_2.
2. Les angles (AJ1B) et (AJ2B) ont la même mesure et interceptent l'arc AB. Ils sont donc tous les 2 inscrits dans le cercle, c'est-à-dire que J_2 est bien sur le cercle !